同　　志　　社　　大　　学

2015年度　個人研究費研究経過・成果報告書

2016 年　2 月　22 日提出

所　　属	職　　名	氏　　　　名
生命医科学部	教授	伊藤　利明
研　究　題　目	一次分数変換で不変な性質を持つ数値解法の開発	
研　究　成　果　の　概　要	2階線形常微分方程式(フックス型)の効果的な離散化を研究した．これは，一次分数変換で不変な数値解法として，保型関数を解に持つ離散方程式を考案することにもなる．この離散方程式は，シュワルツ微分の離散表現としての複比(Cross-ratio)を一次分数変換ともみなした離散発展方程式である．この研究の中で，シュワルツ微分と複比の厳密な対応関係も見出された．対応関係が同じ結果となる４種の異なる誘導法を考案し，その中から係数関数の打ち切り近似による一次分数変換で不変な離散方程式が，望みの精度で常微分方程式の近似として構成できることが証明できた．またシュワルツ微分は弧を辺とする多角形領域への等角写像を与えるが，複比によってもそのような等角写像を与える応法を考案した．つまり特殊な等角写像関数の離散化も考案できた．これら成果は論文として発表の予定であり，また Imperial College London (UK) の ACCA 研究会報告で好評であった． 連続の性質，つまり解析的な意味での微分方程式に対するシュワルツ微分の有効性が，離散方程式表現でも同様な意味を持つと思われなかったが，それはシュワルツ微分の厳密な近似式での有効性を探索するのでなく，複比で同じ有効性を考えるべきであった，ということが明らかになった．特殊関数を解に持つ離散方程式は，複比による複雑な離散発展方程式を，連立の一次分数変換とみなすことで得られることも誘導した．これにより応用が難しく難解とされた他分野での成果（離散可積分系，離散パンルヴェ方程式）を，従来のアプローチで理解できるようになった．これは特殊関数の離散近似法に従来の近似理論が導入できる可能性を示している．別の課題に，他変数でのシュワルツ微分に対応する離散表現や，2階微分から高階微分方程式への拡張が考えられる．	